

OSOVINE I VRATILA

Pomoćni nastavni materijali uz kolegij
"Konstrukcijski elementi I"

Ak. godina 2006./07.

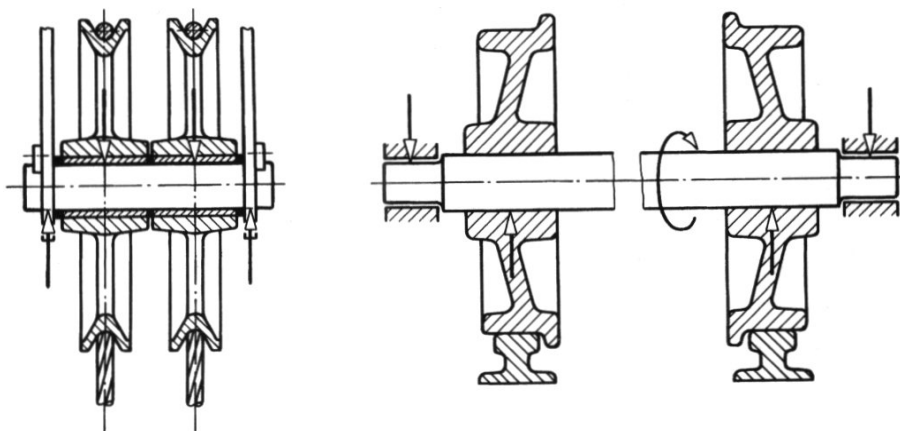
Nositelji kolegija:

Prof. dr. sc. Božidar Križan
Doc. dr. sc. Saša Zelenika

OSOVINE I VRATILA

Funkcija, opterećenja, naprezanja

Osovine su strojni elementi koji na sebi nose strojne dijelove kao što su npr. užnice i kotači. Osovine mogu mirovati dok se dijelovi okreću na njima ili se mogu okretati zajedno s na njima pričvršćenim dijelovima.

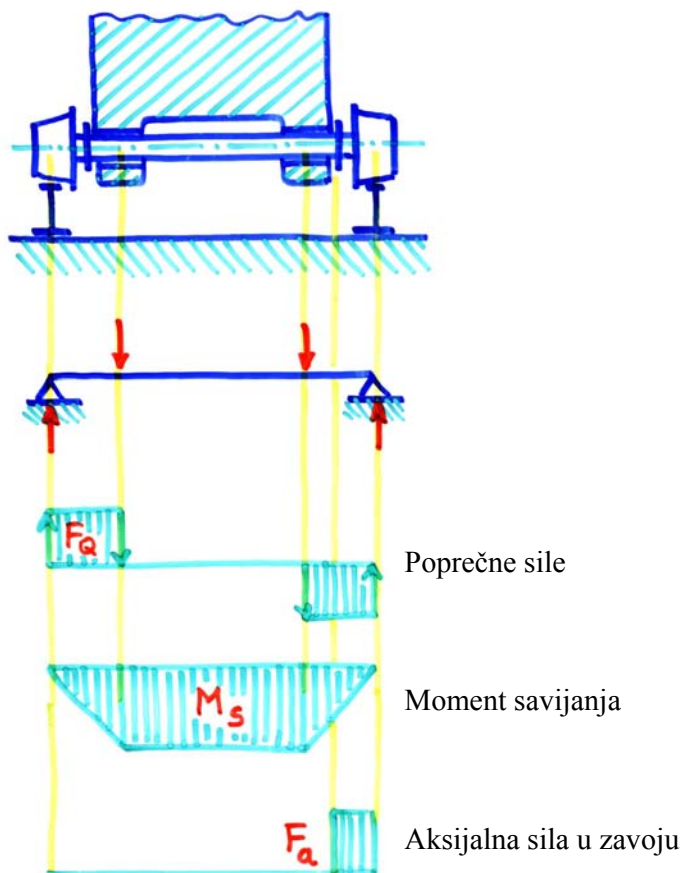


Užnice na mirujućoj osovini

Kotači na rotirajućoj osovini

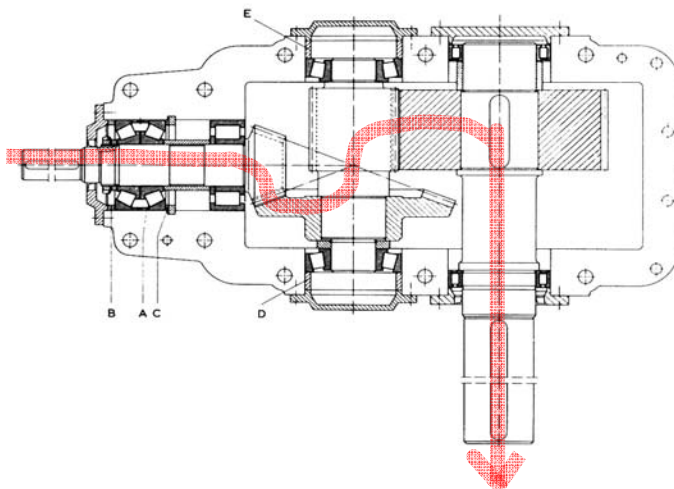
Osovine su opterećene poprečnim silama F_Q koje izazivaju savijanje, a ponekad i aksijalnom silom F_a koja uzrokuje vlak ili tlak. Smicanje izazvano poprečnim silama se zanemaruje.

Osovine ne prenose okretni moment i snagu pa nisu opterećene torzijski.



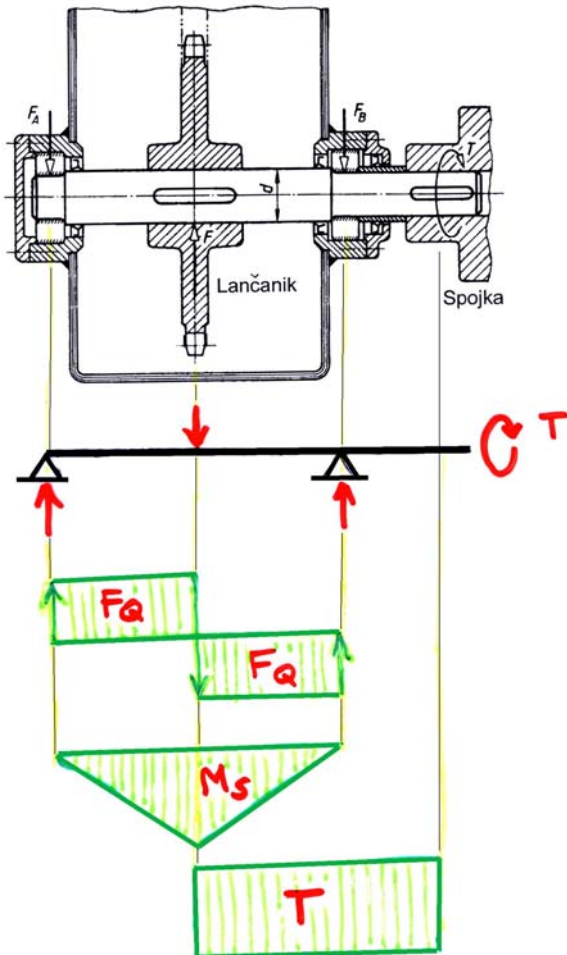
Vratila su strojni elementi koji se okreću i prenose okretni moment i snagu. Po obliku su slična osovinama i na sebi najčešće nose razne strojne elemente koji također služe za prijenos snage - zupčanike, remenice, lančanike itd.

Dvostupanjski reduktor s parom koničnih i parom cilindričnih zupčanika te tri vratila:



Vratila su najčešće opterećena i savijanjem, a ponekad i aksijalnom silom koja uzrokuje vlak ili tlak. Smicanje izazvano poprečnim silama se zanemaruje.

Vratilo u lančaničkom prijenosniku:



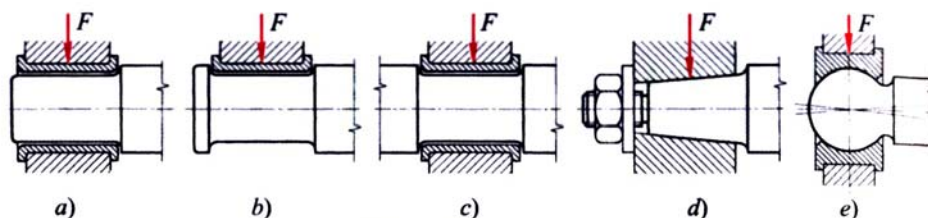
Vratila mlinskih kola
mlina u Martinovom selu
na Rječini

Pregled naprezanja u osovinama i vratilima:

	Opterećenje	Naprezanje		
Osovine	M_s – uvijek	$\sigma_s = M_s / W$	$\sigma = \sigma_s \pm \sigma_{v, tl}$	
	F_a – ponekad	$\sigma_{v, tl} = \pm F_a / A$		
Vratila	M_s – najčešće	$\sigma_s = M_s / W$	$\sigma = \sigma_s \pm \sigma_{v, tl}$	$\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3(\alpha_0 \cdot \tau_t)^2}$
	F_a – ponekad	$\sigma_{v, tl} = \pm F_a / A$		
	T – uvijek	$\tau_t = T / W_p$		

Posmično naprezanje se zanemaruje. Vlačno i tlačno naprezanje uzrokovano aksijalnom silom je također najčešće zanemarivo u usporedbi sa savijanjem.

Rukavci su oni dijelovi osovina i vratila kojima se oslanjaju na klizne ili valjne ležaje ili na nepokretne dijelove. Rukavci koji se nalaze na kraju osovine/vratila se nazivaju *čelnim*, a ostali *unutarnjim*.

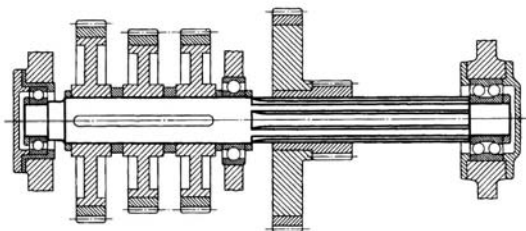


Slika 4.4. Nosivi rukavci

a) cilindrični čelni rukavac; b) cilindrični unutarnji rukavac s ojačanjem; c) cilindrični unutarnji rukavac; d) konični nepokretni rukavac; e) kuglasti pokretni ili nepokretni rukavac

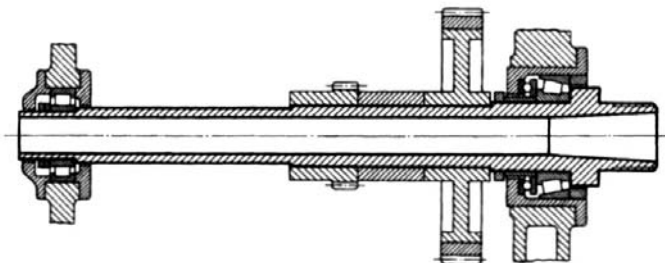
Osovine i vratila imaju obično dva rukavca, tj. ležaja, a dugačka i jače opterećena vratila više njih, npr. koljenasto vratilo motora.

Osovine i vratila su rijetko jednakog promjera po čitavoj duljini. Najčešće su stupnjevani, tj. pojedini dijelovi imaju različite promjere. Vratila mogu biti i profilirana, tj. ožlijebljena ili ozubljena.



Radi smanjenja težine, osovine i vratila mogu biti šuplji, s uzdužnim provrtom, što poskupljuje izradu. Pri tome je korist od smanjenja težine veća nego šteta od smanjenja čvrstoće i krutosti. Npr. vratilo s promjerom provrta $0,5 \cdot d$ je lakše 25 %, a momenti otpora W i W_p se smanjuju samo oko 5 %.

Primjer: šuplje vratilo s dva zupčanika



Materijal

Materijali osovine i vratila ISO / DIN / HRN:

- Najčešće: S275JR / St 44-2 / Č0451, E295 / St 50-2 / Č0545, za veća opterećenja E335 / St 60-2 / Č0645.
- Kod većih zahtjeva se koriste čelici za poboljšanje: C35E / Ck 35 / Č1431, C45E / Ck45 / Č1531, 34Cr4 / 34Cr4 / Č4130, 41Cr4 / 41Cr4 / Č4131, 42CrMo4 / 42CrMo4 / Č4732 i sl.
- Za vratila vozila se koriste čelici za cementiranje: C15 / C15 / Č1220, 16MnCr5 / 16MnCr5 / Č4320, 20MnCr5 / 20MnCr5 / Č4321, 18CrNi8 / 18CrNi8 / Č5421 i sl.
- Koljenasta vratila motora s unutarnjim izgaranjem se mogu izrađivati i iz nodularnog lijeva (NL 600) koji ima kuglasti grafit.

Čelici za cementaciju su potrebni jer je na pojedinim mjestima (npr. na rukavcu u ležaju) potrebno da vratilo ima tvrdnu površinu, dok jezgra vratila ostaje mekana i žilava. Pri tome se koncentracija naprezanja na površini mora maksimalno smanjiti jer su čelici visoke čvrstoće vrlo osjetljivi na zareze.

Radi uštede se vratila mogu izrađivati i zavarivanjem iz dva dijela od različitih materijala, npr. od jeftinog Č0545 i skupog Č5421 za zupčanike.

Izrada

Osovine i vratila promjera do 80 mm mogu se dobiti izvlačenjem čeličnih šipki na hladno, pri čemu se postižu tolerancije h8...h11, tako da naknadno tokarenje više nije potrebno.

Promjeri do 150 mm izrađuju se od čeličnih šipki okruglog presjeka izvlačenjem na toplo, valjanjem na toplo ili tokarenjem.

Deblje i složenije osovine i vratila izrađuju se kovanjem, prešanjem ili lijevanjem.

Rukavci, prijelazi s manjeg na veći promjer i bočni oslonci se prema postavljenim zahtjevima fino tokare, bruse, poliraju ili tlače.

Preporuča se da promjeri osovine/vratila u (mm) budu standardni ili zaokruženi brojevi. Završeci vratila promjera do 28 mm izrađuju se s tolerancijom j6, od 28 do 50 s k6, a veći s m6. Često su završeci izrađeni kao ožljebljeni. Promjeri rukavaca su određeni promjerom ležaja. Oblik ostalog dijela osovine/vratila je osim čvrstoćom i krutošću određen drugim konstrukcijskim zahtjevima, načinom montaže, izmjerama brtvi, uskočnika itd.

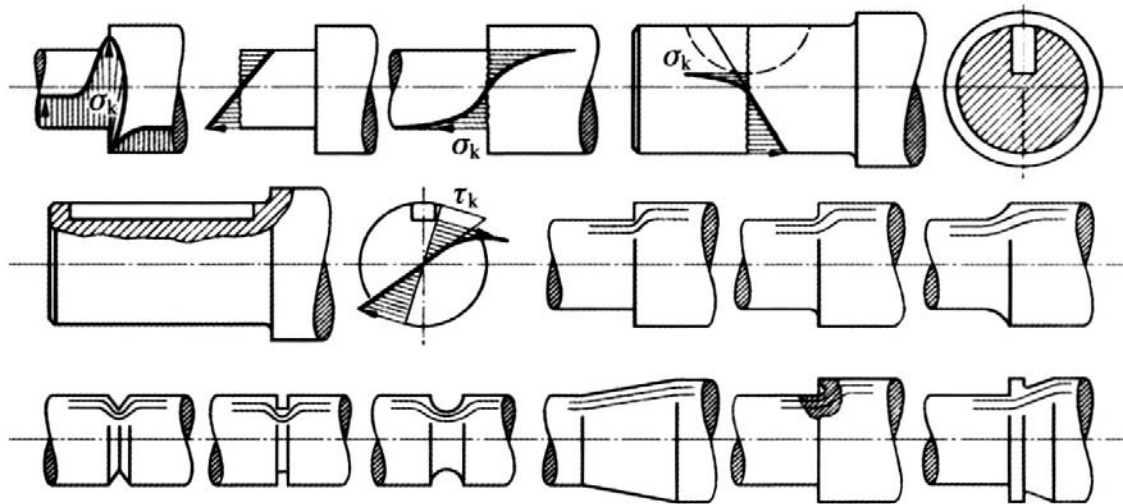
Osovine i vratila za brzine vrtnje iznad 1500 min^{-1} moraju biti kruta, kruto uležištena i izbalansirana.

Oblikovanje

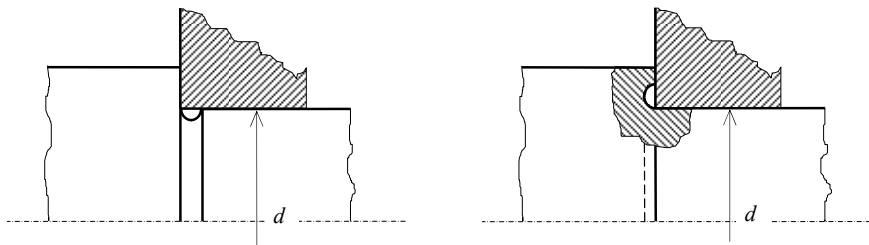
Promjenljivo naprezanje pri savijanju izaziva na svim mjestima gdje postoji koncentracija naprezanja (utori, promjene presjeka, provrti) stalnu opasnost od loma usljed zamora materijala. Stoga oblikovati treba tako da skretanje silnica - zamišljenih linija po kojima se prenosi sila - bude što blaže. To će se postići ako na osovine/vratilu ne bude naglih promjena oblika.

Opasnost od zamornog loma će se smanjiti ako površinska obrada na mjestima skretanja sila bude što finija (faktor b_1 u formuli za $\sigma_{\text{dop din}}$).

Povećana naprezanja σ_k i τ_k na mjestu koncentracije naprezanja i tok sile kod povoljnog i nepovoljnog oblikovanja:

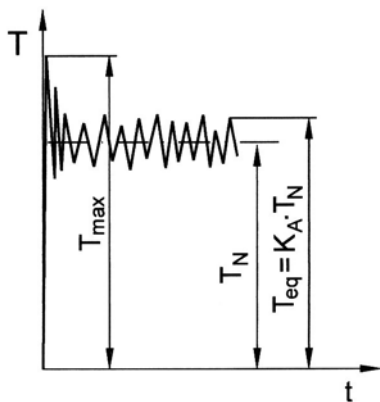


Ukoliko na promjenama promjera ne smije biti zaobljenje radi bočnog oslanjanja pojedinih elemenata (valjnog ležaja, zupčanika itd.), izrađuju se žljebovi za izlaz alata koji također smanjuju koncentraciju naprezanja.



Sile i momenti

Osovine i vratila su nosači na dva ili rjeđe na više oslonaca. Na osovine djeluju momenti savijanja, a ponekad i aksijalne sile. Na vratila djeluju okretni momenti (momenti torzije), najčešće i momenti savijanja, a ponekad i aksijalne sile. Ta opterećenja nisu konstantna tijekom pokretanja i rada, nego se mijenjaju, ovisno o radnom i pogonskom stroju. Najveća se opterećenja - okretni moment $T_{\max}$, odnosno moment savijanja $M_{s \max}$ obično javljaju pri pokretanju ili zaustavljanju stroja.



Ovim se opterećenjem vrši kontrola na plastičnu deformaciju.

Utjecaj udara koje proizvodi radni stroj, a ponekad i pogonski stroj, npr. motor s unutarnjim izgaranjem, uzima se u obzir faktorom primjene K_A - u tablici. Ekvivalentni okretni moment je

$$T_{eq} = K_A \cdot T_N \quad (\text{Nm}) \text{ ili } (\text{Nmm})$$

T_N = nazivni okretni moment.

Ekvivalentni moment savijanja je

$$M_{s eq} = K_A \cdot M_{sN} \quad (\text{Nm}) \text{ ili } (\text{Nmm})$$

M_{sN} = nazivni moment savijanja.

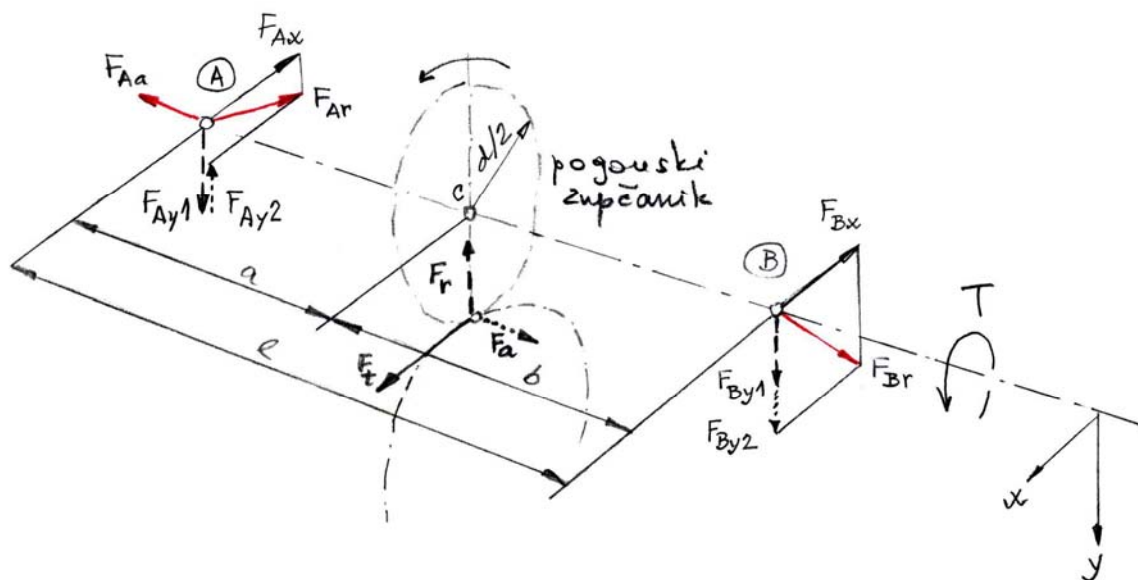
S ekvivalentnim momentom se vrši kontrola na zamor materijala pri dinamičkim opterećenjima kad može nastupiti zamorni lom.

Tablica 8: K_A – faktor primjene (servisni faktor; pogonski faktor; faktor udara)

RADNI STROJ	POGONSKI STROJ		
	El. motor Parna turbina Hidromotor	Klipni motori 4-6 cilindara	Klipni motori 1-3 cil.
<u>Strojevi s jednakomjernim radom-mali udari</u> Turbopuhalo (ventilator) sa $P/n \leq 0,007$; centrifugalna pumpa za niskoviskozne fluide; vijčana pumpa (za vodu i slici); strojevi za punjenje boca i slična pakiranja	1	1,25	1,5
<u>Strojevi sa srednjim udarima u radu</u> Turbopuhalo sa $P/n \leq 0,07$; mješalica za beton; građevinarska dizalica; strojevi cestogradnje; turbokompresor; konvejer za rasuti teret; vijčani konvejer; teretni lift; osobni lift; zakretni mehanizam dizalice; mehanizam promjene nagiba dohvatnika dizalice; generator; gen. za zavarivanje; stroj za pranje rublja; glavni pogon alatnog stroja; pumpa naftovoda; ekstruder plastike; aerator vode	<u>1,25</u> – 1,75	<u>1,5</u> – 2	<u>2</u> – 2,25
<u>Strojevi s jakim i snažnim udarima u radu</u> Turbopuhalo s $P/n > 0,07$; klipni kompresor; konvejer za komadni teret; teška dizala; mehanizam hoda dizalice; mehanizam dizanja tereta kod dizalice; veći gen. za zavarivanje; stroj za hladno gnječenje; preše i čekići za kovanje; preša za probijanje lima; uređaj za bušenje (nafta); klipna pumpa; drobilica kamenja; preša za brikete; mlin sa kuglama; mlin čekićar; vertikalni mlin sa valjcima	<u>1,75</u> -2	<u>2</u> – 2,75	<u>2,5</u> i više

Ukoliko sve sile i momenti savijanja ne djeluju u jednoj ravnini, radi jednostavnosti se rastavljaju u komponente u dvije međusobno okomite ravnine i zatim izračunava njihova rezultanta.

Primjer: vratilo s pogonskim cilindričnim zupčanicom s kosim zubima. Sila koja djeluje na zupčanic rastavlja se u tangencijalnu (obodnu) F_t , radijalnu F_r i aksijalnu komponentu F_a . Ležajevi A i B predstavljaju oslonce u kojima spomenute komponente izazivaju odgovarajuće reakcije.



Reakcije u ležajevima se izračunavaju tako da se postavljaju jednačbe ravnoteže sila $\Sigma F = 0$ i ravnoteže momenata $\Sigma M = 0$.

Obodna sila F_t izaziva radijalne reakcije

$$F_{Ax} = \frac{F_t b}{l} \quad F_{Bx} = \frac{F_t a}{l}$$

Radijalna sila F_r izaziva radijalne reakcije

$$F_{Ay1} = \frac{F_r b}{l} \quad F_{By1} = \frac{F_r a}{l}$$

Aksijalna sila F_a izaziva moment prevrtanja $F_a \cdot \frac{d}{2}$, odnosno radijalne reakcije u ležajevima

$$F_{Ay2} = F_{By2} = \frac{F_a \cdot \frac{d}{2}}{l}$$

Sile F_{Ay2} i F_{By2} su suprotno usmjerene.

Rezultirajuće radijalne reakcije u ležajima:

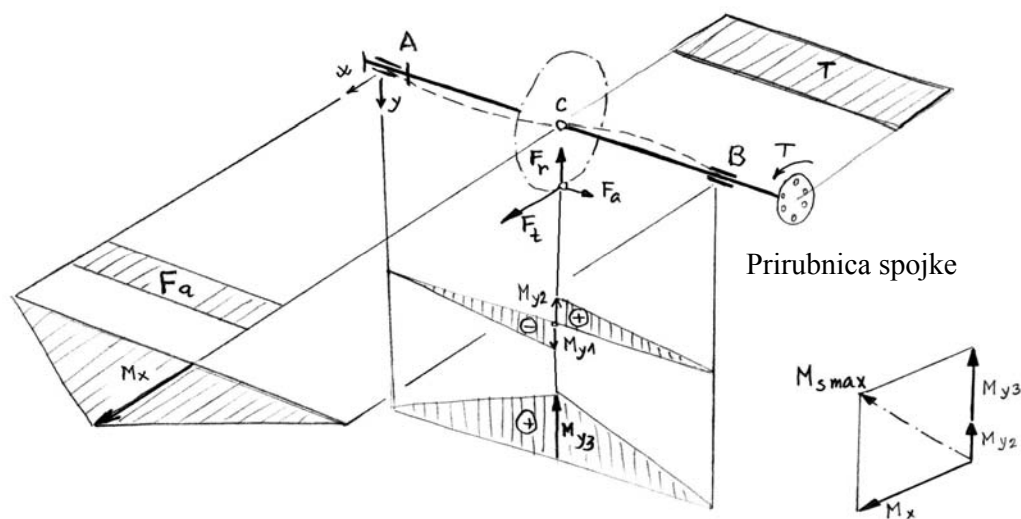
$$F_{Ar} = \sqrt{F_{Ax}^2 + (F_{Ay1} - F_{Ay2})^2}$$

$$F_{Br} = \sqrt{F_{Bx}^2 + (F_{By1} + F_{By2})^2}$$

Aksijalnu silu na zupčaniku F_a može preuzimati samo jedan ležaj. Aksijalna reakcija će biti npr. u ležaju A:

$$F_{Aa} = F_a$$

Nakon određivanja reakcija u ležajevima mogu se proračunati momenti savijanja.



Sila F_t izaziva najveći moment savijanja M_x .

Sila F_r izaziva najveći moment savijanja M_{y3} .

Sila F_a izaziva reakcije F_{Ay2} i F_{By2} koje izazivaju momente savijanja

$$-M_{y1} = F_{Ay2} \cdot a$$

$$M_{y2} = F_{By2} \cdot b$$

Najveći moment savijanja je neposredno uz točku C s desne strane

$$M_{smax} = \sqrt{M_x^2 + (M_{y2} + M_{y3})^2}$$

Torzijski moment T (Nm) često se izračunava iz snage P (W) i brzine vrtnje n (s^{-1}), odnosno kutne brzine ω (s^{-1}).

$$T = \frac{P}{\omega}, \quad \omega = 2\pi n$$

Ekvivalentni moment neposredno uz točku C s desne strane po hipotezi najvećeg deformacijskog rada

$$M_e = \sqrt{M_{s\max}^2 + 0,75(\alpha_0 T)^2}$$

Ekvivalentno naprezanje

$$\sigma_e = \frac{M_e}{W}$$

Ekvivalentno naprezanje se može izračunati i iz pojedinačno izračunatih normalnih i tangencijalnih naprezanja.

DIMENZIONIRANJE PREMA KRITERIJU ČVRSTOĆE

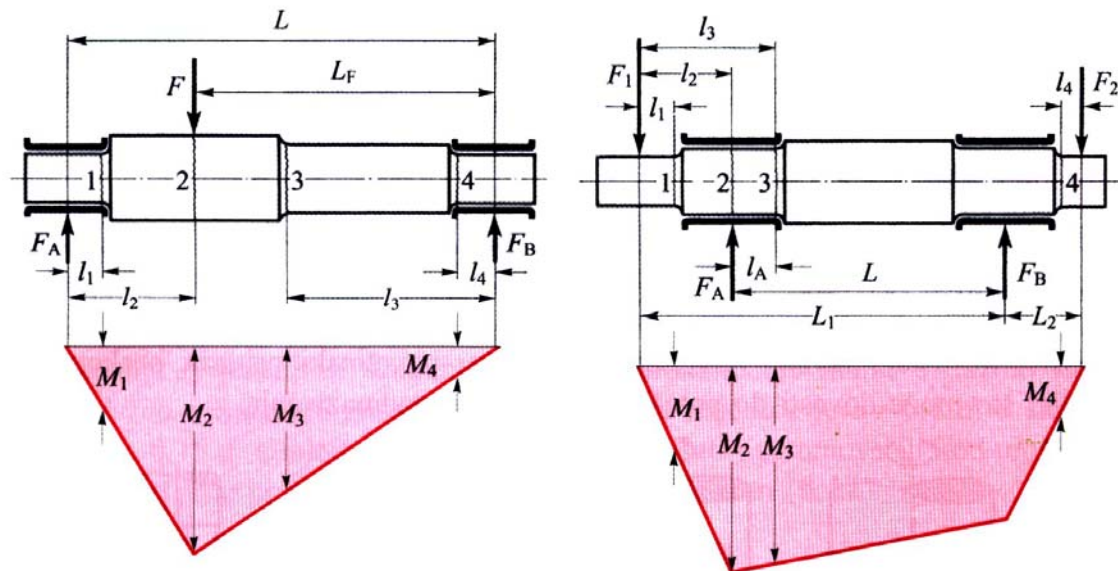
Približni proračun

Gradivo je detaljno izloženo na predavanjima.

Kontrolni proračun

Gradivo je detaljno izloženo na predavanjima.

Slika KP1: Kritični presjeci

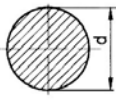
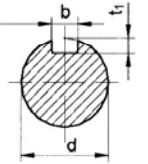
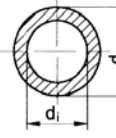
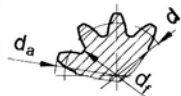
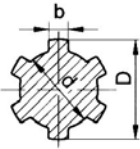


1, 3 i 4 - kritični presjeci na mjestu promjene promjera

2 - kritični presjek na mjestu najvećeg momenta savijanja

Tablica KP2: Momenti otpora površine poprečnog presjeka

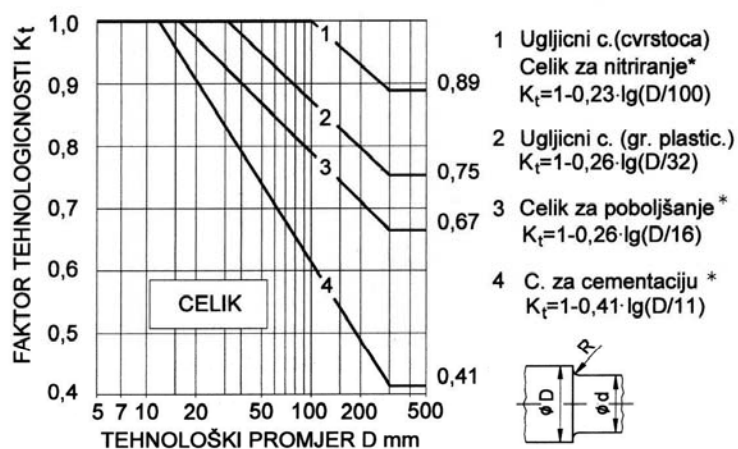
Tablica 7: Momenti otpora površine presjeka pri opterećenju na savijanje (W) i torziju (W_p)

Poprečni presjek	Moment otpora $W \text{ mm}^3$	Moment otpora $W_p = 2 \cdot W \text{ mm}^3$
	$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ $W \approx 0,1 \cdot d^3$	$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ $W_p \approx 0,2 \cdot d^3$
	Približno $W = \frac{\pi \cdot (d - t_1)^3}{32}$	Približno $W_p = \frac{\pi \cdot (d - t_1)^3}{16}$
	$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \cdot (1 - c^4)$ $c = \frac{d_1}{d}$	$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot (1 - c^4)$ $c = \frac{d_1}{d}$
	$W \approx \frac{\pi \cdot d^3}{32}$	$W_p \approx \frac{\pi \cdot d^3}{16}$
 z – broj klinova	$W = \frac{\pi \cdot d^4 - b \cdot z \cdot (D - d) \cdot (D + d)^2}{32 \cdot D}$ ili pomoću: $W = \xi \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ uz faktor ξ prema:	$W_p = \frac{\pi \cdot d^4 - b \cdot z \cdot (D - d) \cdot (D + d)^2}{16 \cdot D}$ ili pomoću: $W_p = \xi \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ uz faktor ξ prema:
	$W = \frac{\pi \cdot d_f^3}{32}$	$W_p = \frac{\pi \cdot d_f^3}{16}$
 navoj	$W \approx \frac{\pi \cdot d_3^3}{32}$	$W_p \approx \frac{\pi \cdot d_3^3}{16}$

Kontrola na plastičnu deformaciju

Gradivo je detaljno izloženo na predavanjima.

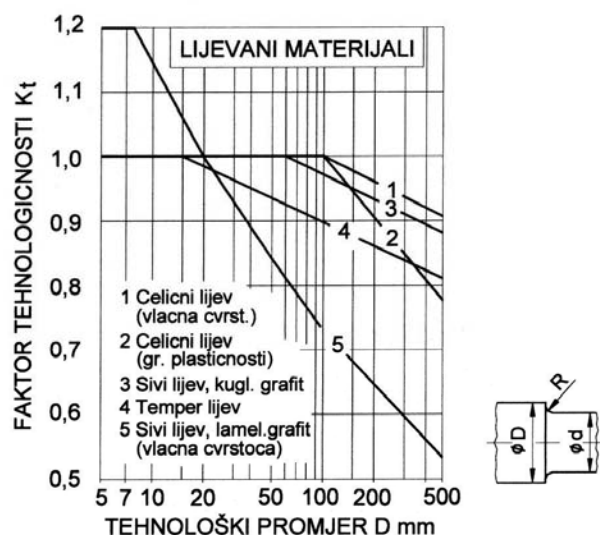
Dijagrami KP3: Tehnološki faktor K_t



Slika 1 K_t – tehnološki faktor za čelik

* Kod čelika za nitriranje, poboljšanje i cementaciju je faktor K_t za čvrstoću i granicu plastičnosti jednak!

Za čelik za cementaciju koji sadrži Cr-Ni-Mo uzeti vrijednost faktora K_t za čelik za poboljšanje (kriv. 3).



Slika 2 K_t – tehnološki faktor za čelični ljev, sivi ljev i temper ljev

Kod sivog lijeva s grafitom izlučenim u obliku kuglica (NL-kriv. 3) i temper lijeva je faktor tehnologičnosti K_t za čvrstoću i granicu plastičnosti jednak!

Tablica KP4: Mehaničke karakteristike materijala

Tablica 1: Mehaničke karakteristike materijala

Namjena	OZNAKA ČELIKA				Karakteristike materijala pri statičkom opterećenju N/mm ² (min.)				Dinamička čvrstoća N/mm ²										
					Vlačna čvrstoća		Granica plastičnosti (tečenja)		Vlak - tlak		Savijanje		Vlak - tlak		Savijanje		Torzija		
					R _m	R _{p0.2}	R _{eH}	R _{eL}	R _s	R _{sH}	R _{sL}	R _{sH}	R _{sL}	R _d	R _{dH}	R _{dL}	R _{dH}	R _{dL}	R _{dH}
Konstr. čelik, toplo valjan, DIN EN 10025	ISO	DIN	HRN	W. Nr.	R _m	R _{p0.2}	R _{eH}	R _{eL}	R _s	R _{sH}	R _{sL}	R _{sH}	R _{sL}	R _d	R _{dH}	R _{dL}	Torzija		
	S235JR	St 37-2	Č0370	1.0037	360	235	280	160	140	225	180	270	105	160					
	S275JR	St 44-2	Č0451	1.0044	430	275	330	190	170	270	215	320	125	190					
	S355JR	St 52-2	Č0561	1.0045	510	355	425	245	205	325	255	380	150	245					
	E295	St 50-2	Č0545	1.0050	490	295	355	205	195	295	245	355	145	205					
	E335	St 60-2	Č0645	1.0060	590	335	400	230	235	335	290	400	180	230					
	E360	St 70-2	Č0745	1.0070	690	360	430	250	275	360	345	430	205	250					
	S275N	StE 285	~ČRO280	1.0490	370	275	330	190	150	240	185	275	110	185					
	S355N	StE 355	~ČRO355	1.0545	470	355	425	245	190	305	235	350	140	240					
	S420N	StE 420	~ČRO420	1.8902	520	420	505	290	210	335	260	390	155	265					
S460N	StE 460	~ČRO460	1.8901	550	460	550	320	220	350	275	410	165	280						
Čelik za poboljšanje, u pob stanju (+QT), DIN EN 10083-1	C22E	Čk 22	Č1331	1.1151	500	340	410	235	200	320	250	375	150	235					
	C35E	Čk 35	Č1431	1.1181	630	430	515	300	250	400	315	470	190	300					
	C45E	Čk 45	Č1531	1.1191	700	490	590	340	280	450	350	525	210	340					
	C60E	Čk 60	Č1731	1.1221	850	580	695	400	340	545	425	635	250	400					
	34Cr4	41Cr4	Č4130	1.7033	900	700	840	485	360	575	450	675	270	460					
	41Cr4	41Cr4	Č4131	1.7035	1000	800	960	550	400	640	500	750	300	510					
	25CrMo4	25CrMo4	Č4730	1.7218	900	700	840	485	360	575	450	675	270	460					
	34CrMo4	34CrMo4	Č4731	1.7220	1000	800	960	555	400	640	500	750	300	510					
	42CrMo4	42CrMo4	Č4732	1.7225	1100	900	1080	625	440	705	550	825	330	560					
	30CrNiMo8	30CrNiMo8	Č5432	1.6580	1250	1050	1260	720	500	800	625	935	375	635					
Čelik za cem. DIN EN 10084	51CrV4	51CrV4	-	1.8159	1100	900	1080	625	440	705	550	825	330	560					
	C10	C10	Č1120	1.0301	650	380	455	265	260	380	325	455	195	265					
Čelik za cem. DIN EN 10084	C15	C15	Č1220	1.0401	750	430	515	300	300	430	375	515	225	300					
	17Cr3	17Cr3	Č4120	1.7016	1050	750	900	520	420	670	525	785	315	520					
Čelik za cem. DIN EN 10084	16MnCr5	16MnCr5	Č4320	1.7131	900	630	755	435	360	575	450	675	270	435					
	15CrNi6	15CrNi6	Č5420	1.5919	1000	680	815	470	400	640	500	750	300	470					

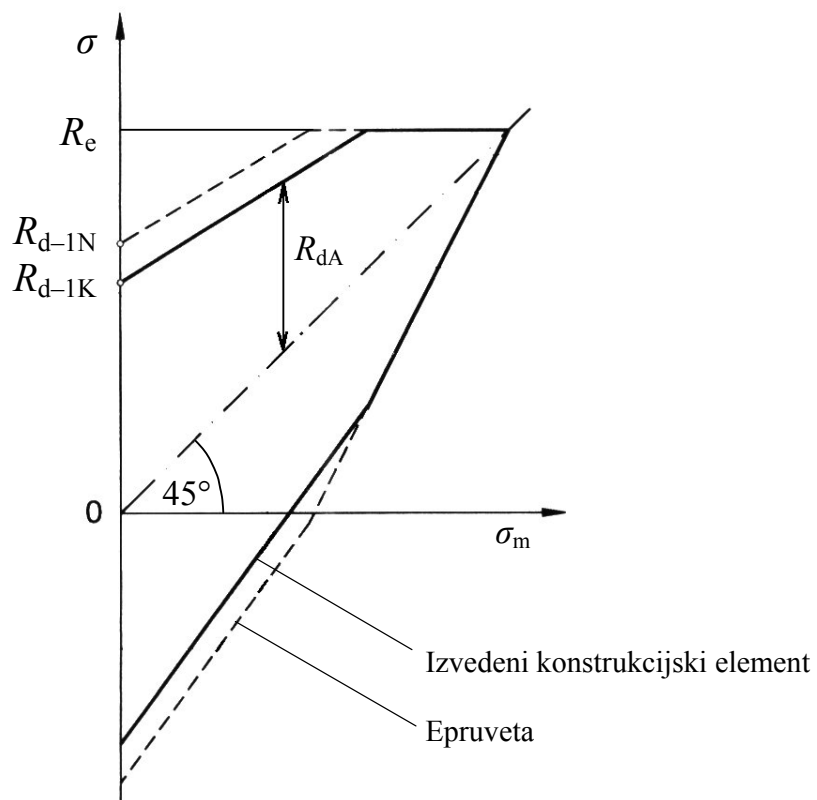
OPASKA: Vrijednosti dane u tabeli odnose se na nazivni promjer d₀ = 16 mm. Stoja imaju dodatni indeks.

OPASKA: Vrijednosti dane u tabeli odnose se na nazivni promjer $d_N = 16$ mm. Stoga imaju dodatni indeks.

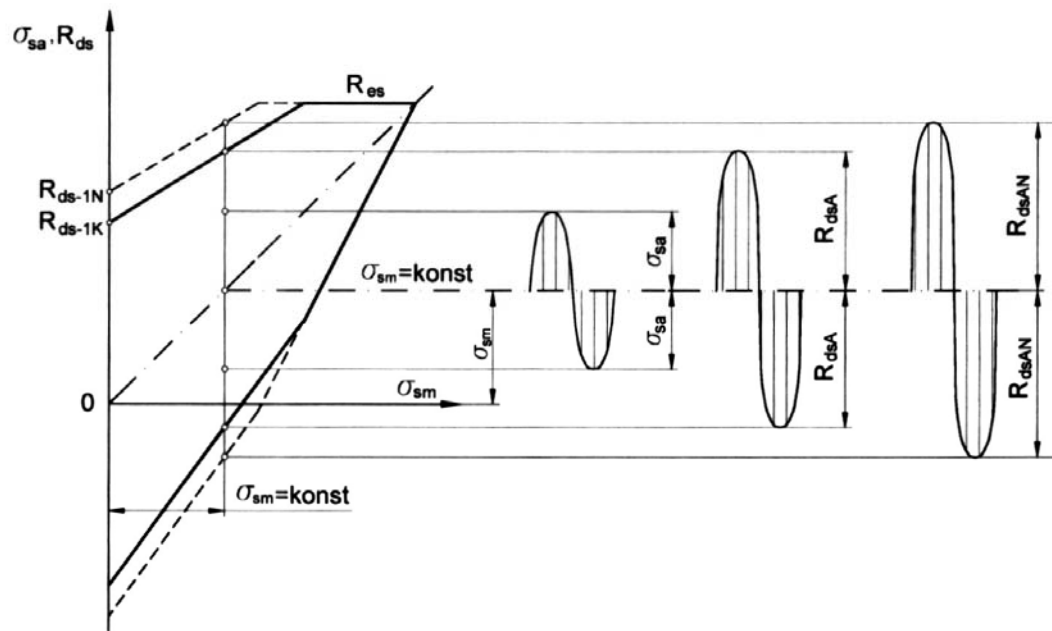
Kontrola na zamor materiala (temeljeno na normi DIN 743)

Gradivo je detaljno izloženo na predavanjima.

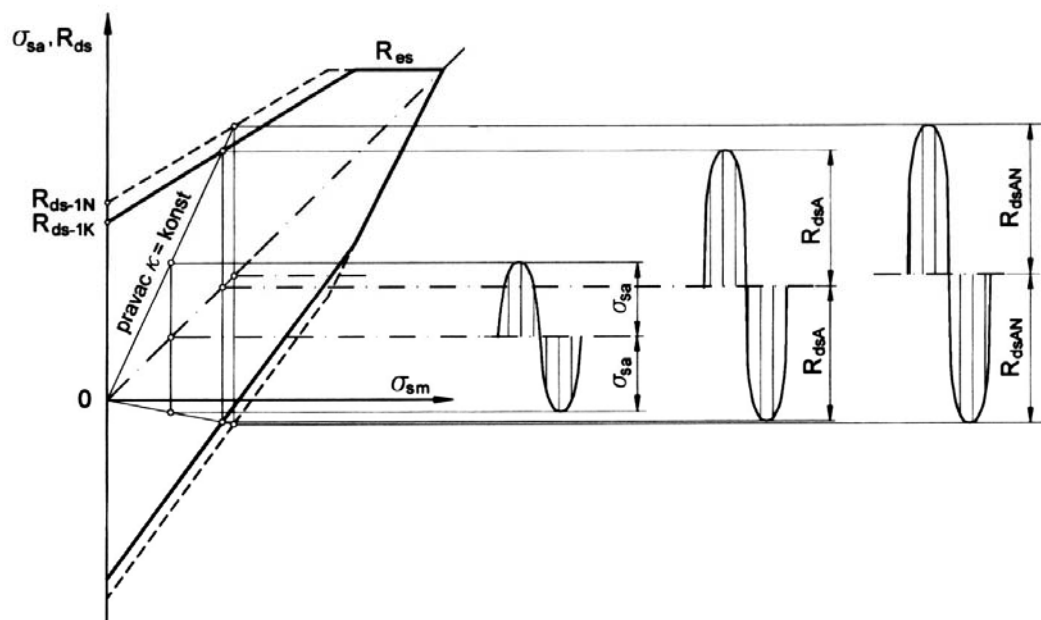
Slika KP5: Amplituda dinamičke čvrstoće



Slika KP6: Slučaj opterećenja s konstantnim srednjim naprežanjem

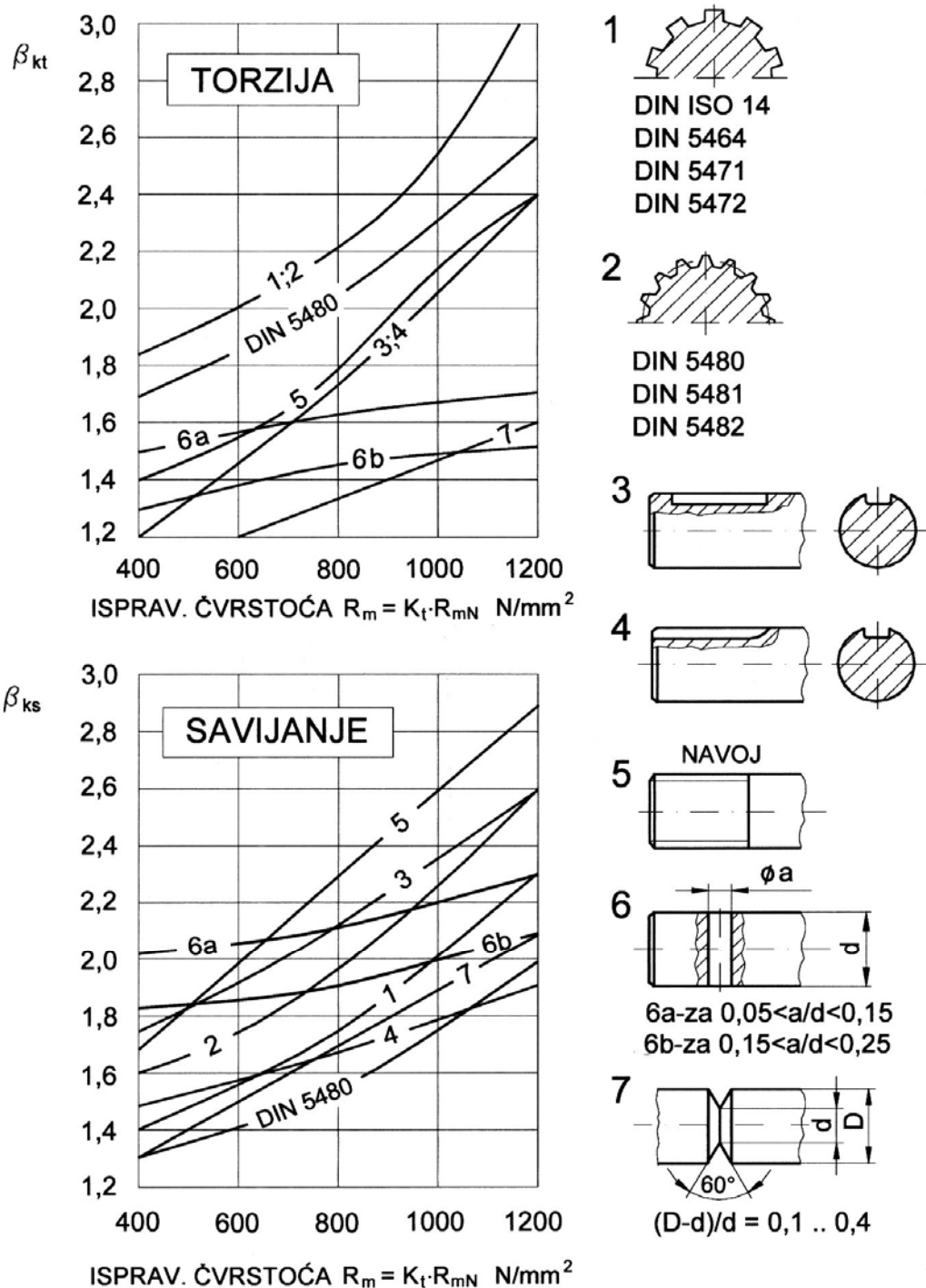


Slika KP7: Slučaj opterećenja s konstantnim faktorom asimetrije naprežanja



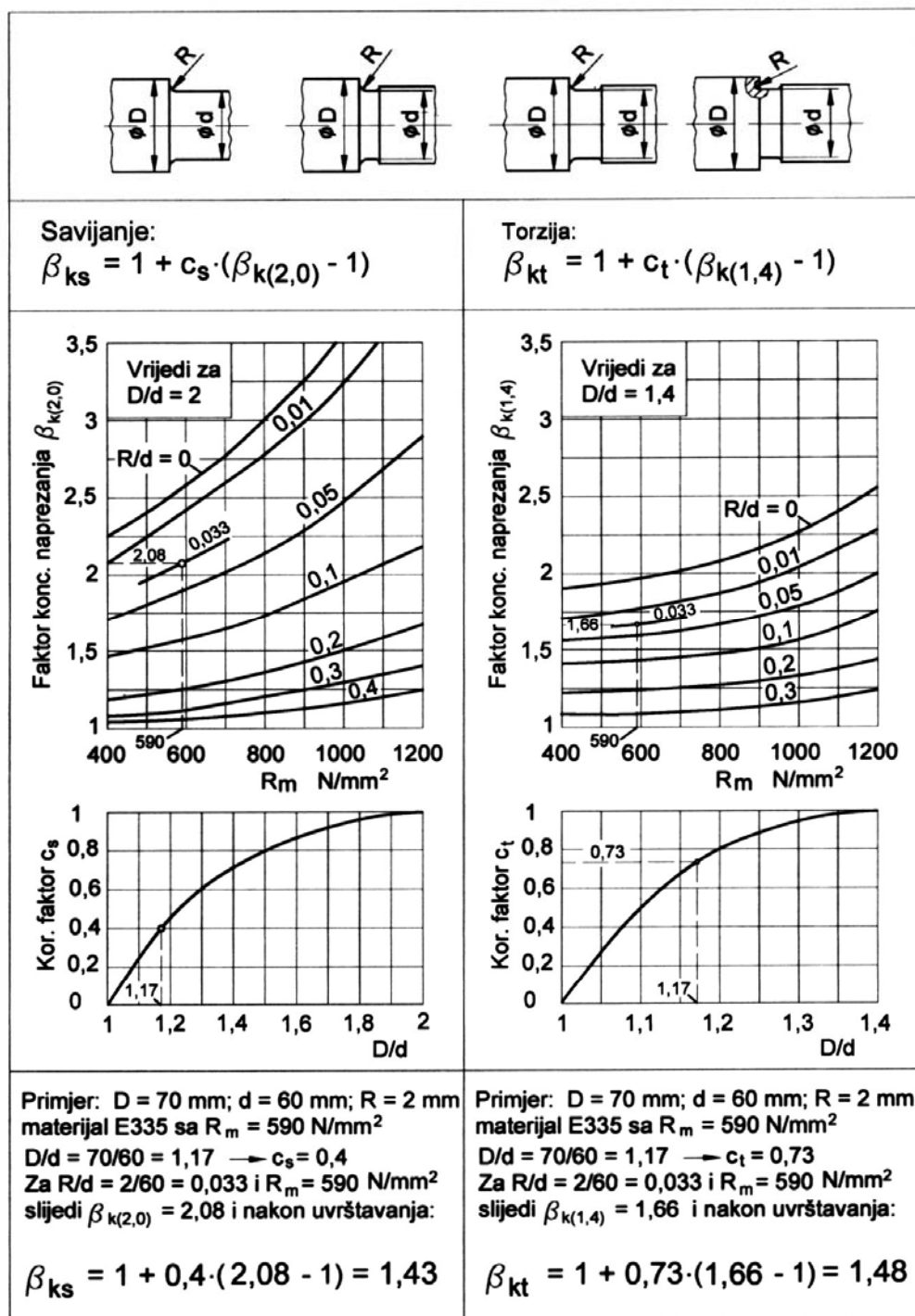
Slika KP8: Efektivni faktori koncentracije naprezanja za različite oblike presjeka osovine ili vratila

Tablica 3: Efektivni faktori koncentracije naprezanja za različite oblike presjeka vratila

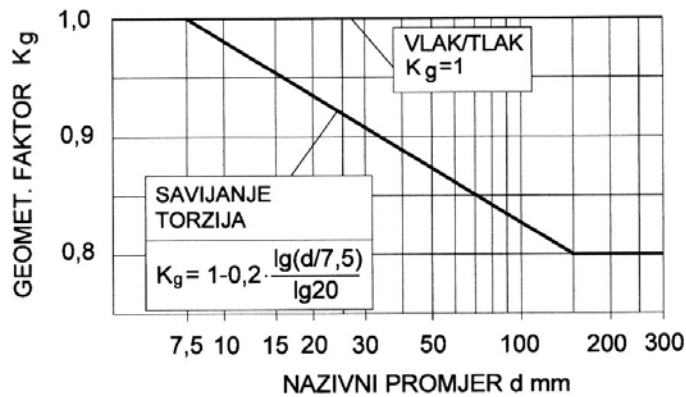


Slika KP9: Efektivni faktori koncentracije napreznja kod promjene promjera osovine ili vratila

Tablica 4: Efektivni faktori koncentracije napreznja kod promjene promjera vratila

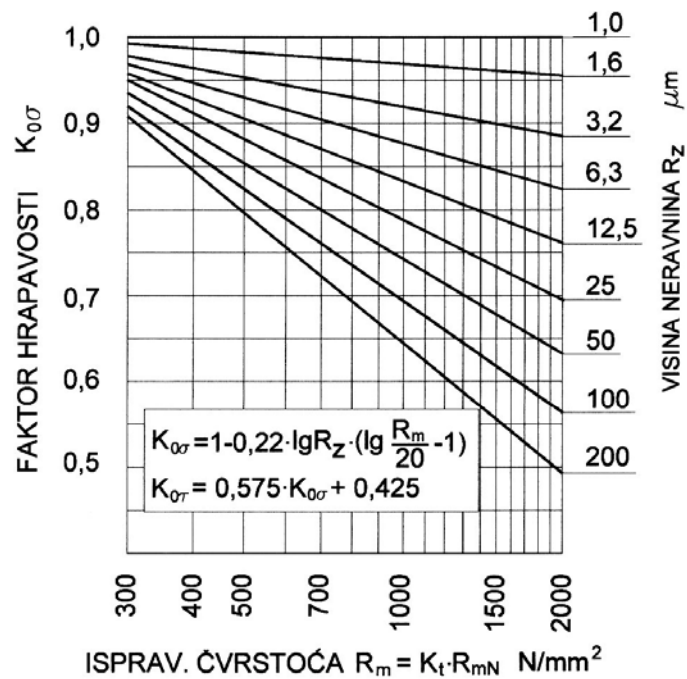


Slika KP10: Geometrijski faktor veličine K_g



Slika 3 K_g – geometrijski faktor

Slika KP11: Faktor utjecaja hrapavosti površine



Slika 4 $K_{0\sigma}$ - Faktor utjecaja hrapavosti površine na mehaničke karakteristike materijala

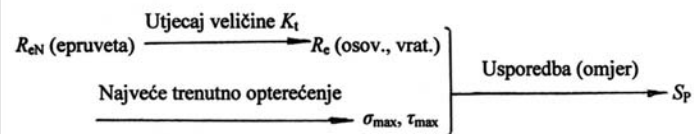
Slika KP12: Faktor ojačanja površinskog sloja K_V :

Tablica 6: K_V - Faktor ojačanja površinskog sloja

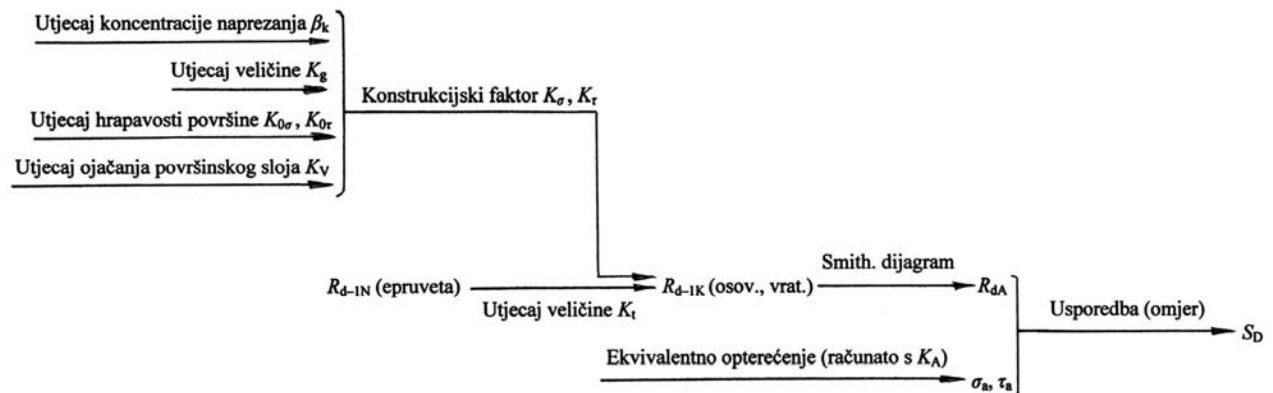
POSTUPAK OJAČANJA POVRŠINSKOG SLOJA	FAKTOR OJAČANJA K_V			
	za promjer testiranog vratila			
	d = 8 .. 25 mm		d = 25 .. 40 mm	
	glatko	sa konc.	glatko	sa konc.
Kada nije upotrebljeno kemijsko-termičko otvrdnjavanje faktor $K_V = 1$				
Kemijsko – termički postupci				
Nitriranje dubina nitriranja 0,1 – 0,4 mm postignuta tvrdoća 700 – 1000 HV10	1,15-1,25	1,5-2,5	1,10-1,15	1,2-2,0
Cementacija + kaljenje dubina cementiranja 0,2 – 0,8 mm postignuta tvrdoća sloja 670-750 HV10	1,2-2,1	1,5-2,5	1,1-1,5	1,2-2,0
Karbonitriranje (cijaniranje) dubina otvrdnutog sloja 0,2 – 0,4 mm postignuta tvrdoća sloja min. 670 HV10	1,1-1,9	1,4-2,25	1-1,4	1,1-1,8
Termički postupci				
Induktivno ili plameno kaljenje dubina kaljenog sloja 0,9 - 1,5 mm postignuta tvrdoća sloja 51 – 64 HRC	1,2-1,6	1,4-2,0	1,1-1,4	1,2-1,8
Mehanički postupci				
Obrada valjanjem	1,2-1,4	1,5-2,2	1,1-1,25	1,3-1,8
Sačmarenje	1,1-1,3	1,4-2,5	1,1-1,2	1,1-1,5

Slika KP13: Shematski prikaz kontrole čvrstoće osovina i vratila

Kontrola osovina i vratila na plastičnu deformaciju



Kontrola osovina i vratila na zamor materijala

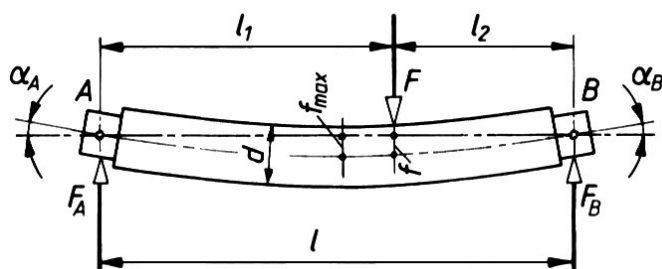


DIMENZIONIRANJE PREMA KRITERIJU KRUTOSTI

Dimenzije dobivene na temelju kriterija čvrstoće često su premale da bi osovina ili vratilo pri savijanju i torziji bili dovoljno kruti za postizanje dobre funkcionalnosti. Takav je npr. slučaj kod alatnih strojeva (progib), kod vratila zupčaničkih prijenosnika (progib), dugih transmisijskih vratila (kut uvijanja) itd.

Progibi kod savijanja ovise o modulu elastičnosti, a kut uvijanja kod torzije o modulu smicanja. Stoga se te deformacije ne mogu smanjiti čvršćim materijalima, nego samo većim momentima tromosti, tj. otpora, ili promjenom konstrukcije.

Progib osovina i vratila



Ako je promjer osovine ili vratila konstantnog promjera, progib f se može izračunati pomoću formula za progib greda iz nauke o čvrstoći. Ako je promjer promjenljiv, proračun progiba je složeniji i treba koristiti odgovarajuće formule iz literature o konstrukcijskim elementima.

Dopuštene vrijednosti progiba:

- kod grubih pogona (transmisijska vratila, poljoprivredni strojevi):

$$f_{max} \leq 0,5 \text{ mm / m duljine}$$

- u općem strojarstvu:

$$f_{max} \leq 0,3 \text{ mm / m duljine}$$

- kod alatnih strojeva, zupčanika: $f_{max} \leq 0,2 \text{ mm / m duljine}$

- kod elektromotora se preporuča da progib bude manji od 1/10 zračnosti između statora i rotora.

Kut nagiba u osloncu treba približno biti:

- $\alpha \leq 0,001 \text{ rad}$ kod dugačkih kliznih ležajeva
- $\alpha \leq 0,002 \text{ rad}$ kod kratkih kliznih ležajeva i valjnih ležajeva

Približno se može uzeti da razmak između ležajeva prema uvjetu najvećeg progiba treba biti

$$l \leq 316 \cdot \sqrt{d} \quad l \text{ (mm)}, d \text{ (mm)}$$

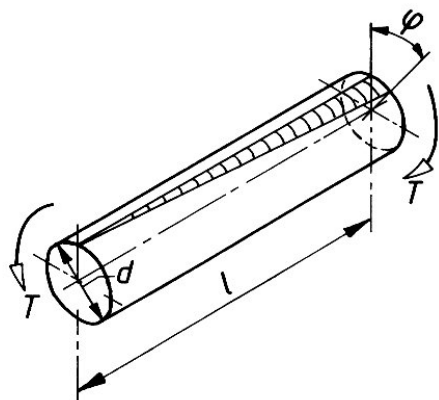
a prema uvjetu najvećeg kuta nagiba u osloncu $\alpha \leq 0,001 \text{ rad}$

$$l \leq 108 \cdot \sqrt[3]{d^2} \quad l \text{ (mm)}, d \text{ (mm)}$$

Preveliki progibi vratila zupčanika dovode do nepravilnog zahvata zubi zupčanika pa se oni oštećuju, a moguć je i lom zuba. U kliznim se pak ležajevima mogu oštetiti blazinice zbog velikih rubnih pritisaka, osim ako je ležaj samopodešavajući.

Brodsko propelerska vratila, koljenasta vratila motora, vratila generatora i sl. proračunavaju se i prema propisima klasifikacijskih društava - Hrvatski registar brodova, Lloyd's Register, Bureau Veritas, Det Norske Veritas itd.)

Kut uvijanja vratila



$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_p} \quad (\text{rad})$$

Za puni okrugli presjek je $I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$ i

$$\varphi = \frac{32 \cdot T \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d^4} \text{ tj.}$$

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot T}{G \cdot \pi \cdot \left(\frac{\varphi}{l}\right)_{\text{dop}}}}$$

Dozvoljen je kut uvijanja $0,25^\circ \dots 0,5^\circ$ po metru duljine vratila. Kod kardanskih vratila automobila se dopušta i do $2^\circ/\text{m}$.

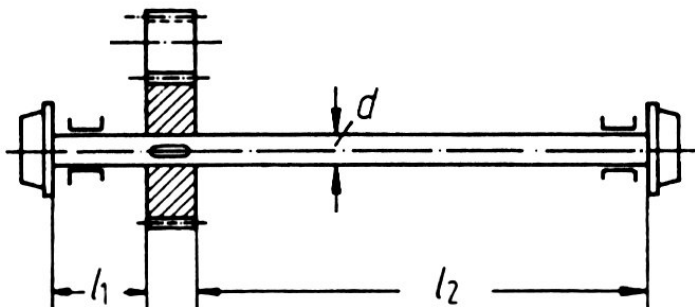
Uz uvjet $\left(\frac{\varphi}{l}\right)_{\text{dop}} = 0,25^\circ / \text{m} = 4,36 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m}$ i $G = 0,81 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

dobiva se potreban promjer vratila

$$d \geq 0,013 \cdot \sqrt[4]{T} \quad d (\text{mm}), T (\text{Nm})$$

Kod većih kuteva uvijanja vratilo počinje djelovati kao opruga, prilikom deformacije akumulira rad i može doći do vibracija. Mala krutost vratila daje i malu kritičnu brzinu vrtnje pri kojoj dolazi do rezonancije.

Kut uvijanja je važan kod dugačkih vratila, npr. transmisijских vratila te vratila za pogon kotača dizalica i pogon mačke.



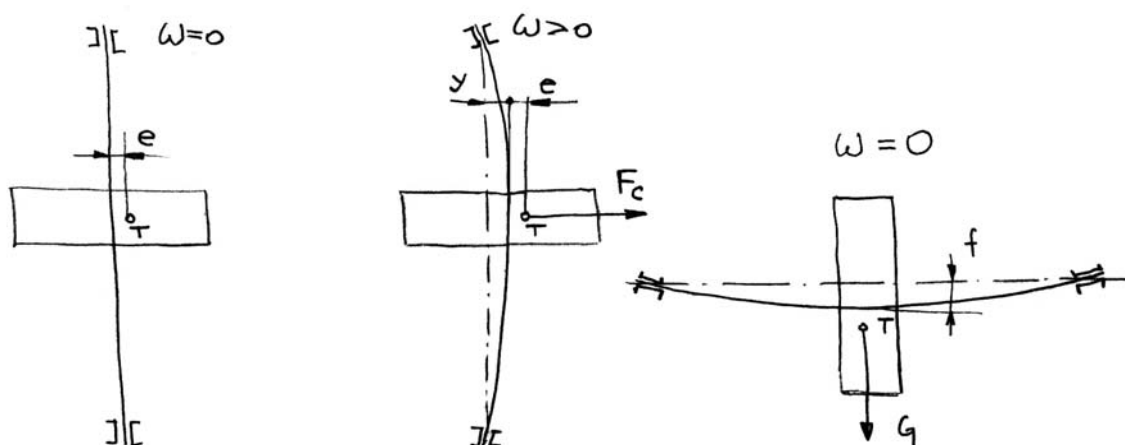
Pri pokretanju će se pogonski moment sa zupčanika preko kratkog dijela vratila duljine l_1 brzo prenijeti do lijevog kotača i on će početi rotirati. U tom trenutku će desni kotač još uvijek stajati, budući da će se znatno više uvijati desni dio vratila znatno veće duljine l_2 . Javit će se tendencija zakošavanja vratila u odnosu na tračnice.

KRITIČNA BRZINA VRTNJE

Fleksijska kritična brzina vrtnje

Osovine i vratila, zajedno s masama koje su na njima smještene, predstavljaju fleksijske (savojne) opruge. Djelovanjem neke vanjske sile početak će te mase vibrirati *frekvencijom vlastitih titraja*.

Budući da se stvarne izmjere, u granicama dopuštenih odstupanja, razlikuju od nazivnih, stvarni položaj težišta T neće se poklapati potpuno s teoretskim. Stoga se prilikom rotacije osovina i vratila mogu javiti periodični impulsi centrifugalne sile. Frekvencija ovih impulsa će biti jednaka brzini vrtnje. Ako se brzina vrtnje poklopi s frekvencijom vlastitih titraja sustava, nastat će *rezonancija*. Amplitude titraja y će se izrazito povećati pri čemu može doći i do loma.



e = odstupanje težišta od osi (mm)

y = progib izazvan centrifugalnom silom (mm)

f = progib u mirovanju u horizontalnom položaju uslijed vlastite težine G osovine/vratila i masa na njima (mm)

Progibi koji su nastali djelovanjem radijalnih sila na vratilo kod zupčanika, remenica i sl., ne uzimaju se u obzir budući da sile djeluju uvijek u istoj ravnini i ne rezultiraju dodatnim centrifugalnim silama.

Koeficijent krutosti

$$C = \frac{F_c}{y} = \frac{G}{f} \quad (\text{N/mm})$$

Centrifugalna sila $F_c = m\omega^2 = m \cdot (y + e) \cdot \omega^2 = Cy$

Slijedi $y = \frac{me\omega^2}{C - m\omega^2} \quad /: m\omega^2$

$$y = \frac{e}{\frac{C}{m\omega^2} - 1}$$

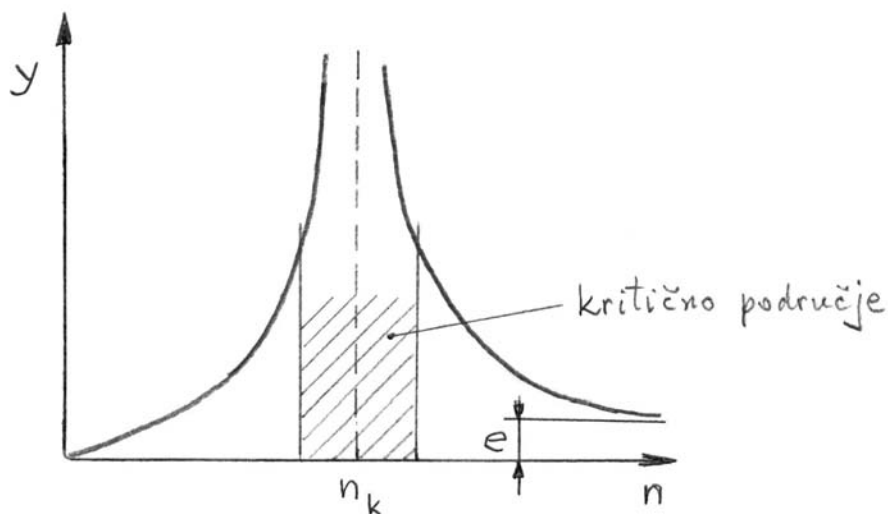
U slučaju da kutna brzina dosegne kritičnu vrijednost $\omega = \sqrt{\frac{C}{m}}$, tj. $\omega^2 = \frac{C}{m}$, nazivnik bi bio jednak nuli i progib y beskonačno velik. *Došlo bi do rezonancije* i teoretski bi nastupio lom osovine/vratila. Ipak, zbog raznih prigušenja u materijalu, zglobovima i sl., progib ne dostiže veoma velike vrijednosti.

Kritična kutna brzina

$$\omega_k = \sqrt{\frac{C}{m}} = \sqrt{\frac{G}{f} \cdot \frac{f}{G}} = \sqrt{\frac{g}{f}} = \sqrt{\frac{9807}{f}} = \frac{99}{\sqrt{f}} \quad \omega_k (\text{s}^{-1}), f (\text{mm}), g (\text{mm/s}^2)$$

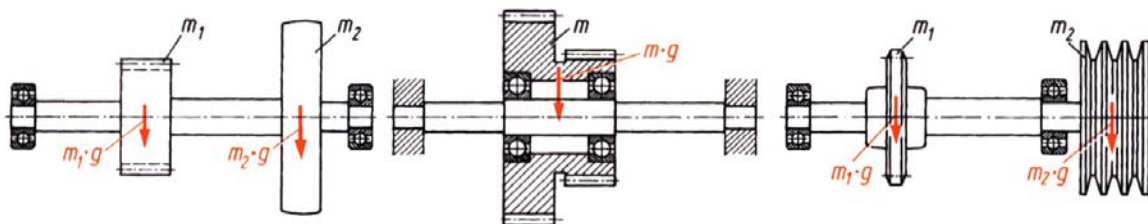
Kritična brzina vrtnje

$$n_k = \frac{30}{\pi} \cdot \omega_k \approx \frac{950}{\sqrt{f}} \quad n_k (\text{min}^{-1}), f (\text{mm})$$



Kritična brzina vrtnje ipak ovisi i o načinu uležištenja, što se uzima u obzir faktorom načina uležištenja K :

$$n_k = K \cdot \frac{950}{\sqrt{f}}$$



Vratilo (ili osovina) se okreće
 $K = 1$

Osovina je nepokretna
 $K = 1,3$

Vratilo (ili osovina) s konzolno
uležištenim dijelom $K = 0,9$

Veličina kritične brzine ne ovisi o tome da li su osovina ili vratilo horizontalni, kosi ili vertikalni.

Dugačke i tanke osovine i vratila imaju nižu, a kratke i debele osovine i vratila višu kritičnu brzinu vrtnje. Često se zbog složenosti konstrukcije n_k ne može računski točno odrediti pa se određuje eksperimentalno.

Radna brzina vrtnje n osovine i vratila u strojevima ne smije biti blizu kritične brzine vrtnje n_k . Strojevi trebaju raditi u podrezonantnom području $n < 0,8 \cdot n_k$, ili nadrezonantnom području $n > 1,2 \cdot n_k$. Najčešće sistem radi u podrezonantnom području pa je poželjno da n_k bude što viši. To se postiže:

- malim razmakom ležaja kako bi progib f bio manji,
- balansiranjem sistema kako bi se smanjilo djelovanje centrifugalne sile i
- minimiziranjem težine kako bi progib f bio manji.

Ako sistem radi u nadrezonantnom području, pri puštanju stroja u rad i pri zaustavljanju područje kritične brzine treba brzo prijeći.

Torzijska kritična brzina vrtnje

Vratilo s masama na njemu je i torzijska opruga. Ako je torzijski moment promjenljiv, mijenja se i kut uvijanja i može doći do torzijskih vibracija i rezonancije kod torzijske kritične brzine vrtnje n_{kt} . Ovakva se opasnost javlja kod klipnih motora, tj. kod motornih vozila, a naročito kod sporohodnih brodskih dizelskih motora. Radi sprečavanja torzijskih vibracija se najčešće ugrađuju elastične spojke ili posebni prigušivači torzijskih vibracija.